

江西师范大学 2017 年全日制硕士研究生入学考试试题

(B 卷)

专业: 物理学 (070200) 科目: 量子力学 (849)

注: 考生答题时, 请写在考点下发的答题纸上, 写在本试题纸或其他答题纸上的一律无效。

(本试题共 2 页)

一、名称解释 (每小题 10 分, 共 30 分)

- 1、de Broglie 关系
- 2、全同粒子
- 3、粒子数表象

二、简答题 (每小题 12 分, 共 60 分)

- 1、在量子理论的五个基本原理中, 有二个是关于量子算符的假设, 请叙述该两个假设 (原理)。
- 2、结合量子理论创立的历史进程, 指出不少于二个的物理实验事实, 该实验结果无法用经典物理解释, 而必须用量子理论去解释。
- 3、在坐标表象中, 写出常用的坐标算符 \hat{x} 、动量算符 \hat{p} 、角动量算符 \hat{L} 与能量算符 \hat{H} 的表达式。
- 4、对于坐标与动量, 有对易关系 $[\hat{x}_j, \hat{x}_k] = 0$, $[\hat{p}_j, \hat{p}_k] = 0$, $[\hat{x}_j, \hat{p}_k] = i\hbar\delta_{jk}$; 对角动量则有 $[\hat{L}_\alpha, \hat{L}_\beta] = i\hbar\varepsilon_{\alpha\beta\gamma}\hat{L}_\gamma$; 对这些对易关系, 你作何理解。
- 5、(1) 在 $\hat{\sigma}_z$ 表象中, 写出三个泡利算符的表达式。(2) 在 (1) 的基础上, 进一步写出泡利算符在 $\hat{\sigma}_x$ 表象中的表达式。

三、分析计算题（每小题 12 分，共 60 分）

1、在 $t=0$ 时刻，一粒子由下面的波函数描述

$$\psi(x,0) = \begin{cases} A \frac{x}{a} & (0 \leq x \leq a) \\ A \frac{(b-x)}{(b-a)} & (a \leq x \leq b) \\ 0 & (\text{其他地方}) \end{cases}$$

式中 A ， a 和 b 是常数。求：

- (1) 归一化初始波函数 $\psi(x,0)$ （即求出以 a 和 b 表示的 A ）；
- (2) 在 $t=0$ 时刻，在哪里最有可能发现粒子？
- (3) x 的期望值是多少？

2、如果算符 $\hat{\alpha}$ 、 $\hat{\beta}$ 满足关系式 $\hat{\alpha}\hat{\beta} - \hat{\beta}\hat{\alpha} = 1$ ，求证：

$$(1) \hat{\alpha}\hat{\beta}^2 - \hat{\beta}^2\hat{\alpha} = 2\hat{\beta}; \quad (2) \hat{\alpha}\hat{\beta}^3 - \hat{\beta}^3\hat{\alpha} = 3\hat{\beta}^2$$

3、证明厄米算符的本征值必为实数，属于不同本征值的本征函数彼此正交。

4、某量子体系 Hamilton 量的矩阵形式为：

$$H = \begin{pmatrix} 1 & c & 0 \\ c & 3 & 0 \\ 0 & 0 & c-2 \end{pmatrix}$$

设 $c \ll 1$ ，应用微扰论求 H 的本征值到二级近似。

5、已知： $\hat{a} = \left(\frac{\mu\omega}{2\hbar}\right)^{1/2} \left(\hat{x} + \frac{i}{\mu\omega} \hat{p}\right)$ ， $\hat{a}^\dagger = \left(\frac{\mu\omega}{2\hbar}\right)^{1/2} \left(\hat{x} - \frac{i}{\mu\omega} \hat{p}\right)$ ，且有 $[\hat{x}, \hat{p}] = i\hbar$ ，证明： $[\hat{a}, \hat{a}^\dagger] = 1$ 。